# Uso de técnicas SoftComputing y el concepto de prototipo para predecir el rendimiento académico estudiantil

Ma-Rosario Vázquez[1], Francisco P. Romero[2], José A. Olivas[2], and Eduardo Orbe[1]

[1] Facultad de Ciencias de la Información
Universidad Autónoma del Carmen, México
{mvazquez,eorbe}@pampano.unacar.mx
[2] Departamento de Técnologías y Sistemas de la Información
Universidad de Castilla-La Mancha, España
{franciscop.romero,joseangel.olivas}@uclm.es

**Resumen** En la actualidad, la explotación de técnicas de inteligencia artificial en el área de la educación con el fin de extraer conocimiento útil, ha logrado un crecimiento desmesurado de la misma. El reto actual es la extracción de conocimiento a partir de la gran cantidad de datos que generan las herramientas de software que sirven de apoyo en la labor docente. En este trabajo se hace uso del concepto de prototipo para modelar comportamientos académicos estudiantiles. El experto proporciona una serie de ejemplos como escenarios prototípicos del que se obtiene un modelo borroso. Las representaciones borrosas de estos ejemplos estarán basadas en números borrosos de intervalo, con el fin de manipular la incertidumbre existente en los datos.

## 1. Introducción

Existen numerosos ejemplos de aplicación de de técnicas de inteligencia artificial en la educación. Uno de los más relevantes son los sistemas tutores, que se adaptan al estilo de aprendizaje de los estudiantes. El reto que presentan los sistemas tutores es el análisis de los grandes volúmenes de datos que generan, ya que contienen los registros de las interacciones de los usuarios (estudiantes) con los mismos.

En la literatura existen varias metodologías para analizar estos grandes volúmenes de datos, una de las más utilizadas es el Descubrimiento de Conocimiento en Bases de datos (KDD) que queda definida en [1] como: *el proceso no trivial de encontrar patrones validos, nuevos, novedosos y potencialmente útiles.* En [2] se propone una extensión del KDD, a la que denominó *Descubrimiento de Conocimiento Prototípico Borroso (DCPB)*, cuyas etapas son las mismas que las del KDD pero en éstas interviene el conocimiento experto.

En el DCPB se hace uso del concepto de prototipo que resulta adecuado para manipular la información, y que ha sido explotado en el área de la Inteligencia Artificial [3], [4], [5], [6], [7]. El origen del concepto prototipo proviene de la psicología cognitiva con los trabajos de Rosch [8] en los que concluyen que el aprendizaje de conceptos se inicia por la adquisición de prototipos (buenos ejemplares del concepto), debido a la gran cantidad de características discriminantes que poseen permiten distinguir entre una categoría y otra. Zadeh [9] desde un punto de vista más formal rechazó el concepto de prototipo de la psicología cognitiva a través de 3 ideas: 1) Un objeto puede estar lejos de representar bien a un concepto y sin embargo pertenecer completamente a él. 2) Un prototipo casi nunca es un objeto sencillo, es más bien un esquema borroso que muestra en que medida distintos objetos representan un concepto. 3) La prototipicalidad es entonces un problema de grado y no un único elemento.

A partir de este planteamiento, Zadeh [9] propuso su teoría de prototipos, que se fundamenta en la teoría de conjuntos borrosos para la definición de prototipos. En la literatura han surgido una gran cantidad de definiciones de prototipo tal es el caso de González et al [10], que lo definen como una amalgama de objetos que pertenecen a un mismo conjunto y, que de alguna manera son similares.

En este trabajo se explota la capacidad de la lógica borrosa, específicamente de los conjuntos borrosos de tipo 2 para manipular la imprecisión existente en los datos. El mecanismo propuesto se integra en el método de representación del conocimiento *Categorías Prototípicas Deformables Borrosas*, con el fin de extender su capacidad para manipular la imprecisión.

Este artículo se encuentra organizado de la siguiente manera, en la sección 2 se describe tanto el concepto de *Categoría Prototípica Deformable Borrosa.* como se enumeran los trabajos existentes en la literatura que hacen uso de técnicas para manipular la imprecisión. En la sección 3 se describe el proceso para predecir el rendimiento estudiantil a través del uso de *Categorías Prototípicas Deformables Borrosas*. Finalmente, en las sección 4 se exponen las conclusiones del trabajo.

## 2. Antecedentes

En esta sección se describen tanto las*Categorías Prototípicas Deformables Borrosas* como algunos trabajos existentes en la literatura que hacen uso de técnicas borrosas para la manipulación de la imprecisión.

### 2.1. Categorías Prototípicas Deformables Borrosas

Las *Categorías Prototípicas Deformables Borrosas* (CPDB) es un método de representación del conocimiento, que tiene sus orígenes en la teoría de prototipos proveniente de la psicología cognitiva [8], así como de la teoría de prototipos de Zadeh [9]. En las CPDBs los conceptos poseen una estructura tanto vertical como horizontal. En la estructura vertical existen jerarquías y en la horizontal (en un mismo nivel) se encuentran los prototipos [8]. Los prototipos se definen siguiendo el punto de vista de Zadeh [9]. Además en las CPDBs, los prototipos heredan el enfoque de *prototipo deformable* de Bremmerman [11] procedente del área de reconocimiento de patrones, ya que en las CPDBs los prototipos se deforman para describir a una nueva situación.

La obtención de las CPDBs (también conocidas como *Prototipos Deformables Borrosos*) se realiza en los siguientes pasos:

- Se obtienen prototipos a través del proceso de *Descubrimiento de Conocimiento Prototípico Borroso (DCPB)*, que es una extensión del KDD. El DCPB contiene las mismas etapas que el KDD, excepto que en cada una de las mismas interviene el conocimiento experto.
- El conocimiento experto define una serie de ejemplos que caen bajo cada prototipo. Cada prototipo se representa a través de números borrosos.
- Cada prototipo que se obtuvo del DCPB se asocia con su representación borrosa.
- Construido el modelo y ante una nueva situación:
  - Se obtiene el valor que definirá a esa situación a través de una medida de agregación.
  - Se obtiene la afinidad entre el valor que define a la situación a analizar con cada uno de los prototipos borrosos.
  - Se deforman los prototipos con base al grado de compatibilidad de la nueva situación con los prototipos borrosos. Se utiliza como técnica de deformación la definida por la Ecuación 1, que consiste en una combinación lineal cuyos coeficientes son los grados de pertenenecia de los prototipos con la situación real.

$$\sum \mu_{pi}(S)x(V)_{pi} \tag{1}$$

Donde: $\mu_{pi}$ es pertenencia de la situación con el prototipo $P_i$.

### 2.2. Manipulación de la incertidumbre

Con el fin de manipular la incertidumbre existente en la información, en la literatura se han propuesto una serie de técnicas entre las que destaca el uso de intervalos. De acuerdo con Nguyen et al [12], en determinadas situaciones es suficiente tener una estimación aproximada de la variable de interés. Sin embargo, resulta conveniente asegurar que el valor estimado no exceda un determinado umbral. Una forma de garantizarlo es a través del uso de intervalos. Un intervalo se puede definir como un conjunto de números reales definidos entre un límite superior y uno inferior [13]. Los conjuntos borrosos de intervalo (IFS) surgieron como una extensión de los conjuntos borrosos. Los IFS están definidos por una función de pertenencia superior y una inferior.

La técnica de intervalos ha sido ampliamente utilizada en la literatura, por ejemplo, en [14] se utilizan en los conjuntos borrosos de intervalo para calcular la nota obtenida por los estudiantes. En el área de toma de decisiones, Mezei y Wikström [15] crearon un método de agregación que se fundamenta en los conjuntos borrosos de intervalo y operadores OWA (Ordered Weighted Average).

De acuerdo con Dubois y Prade [16] existen otras aproximaciones de conjuntos borrosos de intervalo tales como: conjuntos borrosos intuicionistas, que se definen por una función de pertenencia y no pertenencia, de tal manera que la suma de los grados de pertenencia y no pertenencia de un elemento no puede ser mayor a la unidad. Neumaier [17] propuso un método al que denominó nubes, que hace uso de intervalos con el fin de representar una familia de probabilidades.

Gorzalczany [18] propuso un método de inferencia borroso a través de técnicas de intervalo, posteriormente en [19] propuso dos técnicas para evaluar cualquier método de inferencia aproximado. Por otra parte, Yao y Wang [20] propusieron dos métodos de inferencia para manipular la incertidumbre, que se fundamentan en los conjuntos borrosos de intervalo y conjuntos aproximados.

Dada la gran cantidad de incertidumbre inherente en los datos, y la limitada capacidad de los conjuntos borrosos para representarla y manipularla, el profesor Zadeh a mediados de los 70s propuso los conjuntos borrosos de tipo 2. Un conjunto borroso de tipo 2 tiene asociada una función de pertenencia tridimensional, la dimensión extra modela la incertidumbre. De acuerdo con Karnik y Mendel [21], la pertenencia de un objeto a un conjunto borroso de tipo 2 es un conjunto borroso. Con el fin de reducir la complejidad en la manipulación de los conjuntos borrosos de tipo 2, en [22] se propusieron los conjuntos borrosos de tipo 2 de intervalo (IT2FS-Interval Type 2 Fuzzy Set). Un IT2FS tiene asociada una función de pertenencia superior (UMF-Upper Membership Function) y una inferior (LMF-Lower Membership Function). El área entre el UMF y el LMF de un conjunto borroso se llama FOU (FootPrint Of Uncertain), que representa la incertidumbre que existe. El UMF($A^{\sim}$) representa el límite superior del FOU, que está definido por $\bar{\mu}_{A(x)}$ y el LMF representa el límite inferior del FOU, que está definido por $\tilde{\mu}_{A(x)}$.

Para calcular la pertenencia de un elemento a un conjunto borroso de tipo 2 de intervalo se hace uso de la Ecuación 2.

$$\mu_{FOUj} = \begin{cases} UMF_i & \text{si } LMF_i = 0 \\ \frac{UMF_i + LMF_i}{2} & \text{si } LMF_i > 0 \end{cases} \tag{2}$$

Donde: $UMF_i$ y $LMF_i$ corresponden a la pertenencia superior e inferior con el i-ésimo IT2FS; y $\mu_{FOU_j}$ es la pertenencia real con el j-ésimo prototipo.

## 3. Predicción del rendimiento académico estudiantil

En esta sección se describe, a través de un ejemplo, el proceso para predecir el rendimiento académicos de un estudiante mediante el uso de las *Categorías Prototípicas Deformables Borrosas.*

En este caso, el experto proporciona una serie de ejemplos como escenarios prototípicos del que se obtiene un modelo borroso. Estos ejemplos están representados mediante números borrosos con el fin de manipular la incertidumbre existente en los datos.

### 3.1. Descubrimiento de prototipos

El punto de partida de este proceso es el análisis de una colección de datos, que contiene las interacciones de estudiantes que hacen uso de un sistema tutor. El análisis se realiza a través del proceso *Descubrimiento de Conocimiento Prototípico Borroso*, del que se obtienen 3 tipos de rendimiento académico: estudiantes con buen rendimiento escolar, los de rendimiento promedio y los de bajo rendimiento académico. Estos rendimientos se representan a través de 3 prototipos definidos por las etiquetas lingüísticas: *Bueno*, *Promedio* y *Bajo* (ver Tabla 1). Partiendo de la hipótesis de que a medida de que el estudiante avanza en el curso aumentan sus habilidades, en este trabajo cada prototipo se divide en 3 regiones con el fin de visualizar la evolución del estudiante. La región 1 (R1) representa el bajo rendimiento de los estudiantes, la región 2 (R2) un aumento en su rendimiento, y la región 3 (R3) su rendimiento máximo.

| | Prototipos de datos | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Bajo | | | Promedio | | | Alto | | |
| Dominio | R1 | R2 | R3 | R1 | R2 | R3 | R1 | R2 | R3 |
| Num. de intentos | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Prob. Respuesta en 1er. intento | 0.46 | 0.56 | 0.66 | 0.70 | 0.75 | 0.81 | 0.83 | 0.87 | 0.91 |
| Prob. de utilizar las habilidades asociadas | 0.32 | 0.42 | 0.51 | 0.58 | 0.65 | 0.71 | 0.77 | 0.82 | 0.86 |

**Tabla 1.** Prototipos de datos

### 3.2. Definición de Prototipos borrosos

Por otro lado, suponga que el experto proporciona una serie de ejemplos como escenarios prototípicos. De acuerdo con el experto, las características que conforman cada ejemplo estarán definidas por los factores que influyen en el rendimiento estudiantil:

- *Complejidad:* Se refiere a la complejidad del tema.
- *Capacidad cognitiva:* Se refiere a las habilidades del estudiante para comprender el tema.
- *Capacidad de solución:* Se refiere a la capacidad que posee el estudiante para resolver problemas.

Los valores que puede tomar cada característica están representados por números borrosos triangulares, que tienen asociadas las etiquetas linguísticas: *Bajo*, *Regular* y *Alta* (ver Tabla 2). Cada número borroso triangular está conformado por 3 parámetros representados por las letras: $a$,$b$ y $c$. $a$ y $c$ representan los extremos izquierdo y derecho del soporte y $c$ el centro del mismo.

| | Baja | | | Promedio | | | Alta | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | c | a | b | c | a | b | c |
| Complejidad | 0.00 | 0.20 | 0.40 | 0.30 | 0.50 | 0.70 | 0.60 | 0.80 | 1.00 |
| Cognitivo | 0.00 | 0.25 | 0.50 | 0.25 | 0.50 | 0.75 | 0.5 | 0.75 | 1.00 |
| Interpretabilidad | 0.00 | 0.30 | 0.60 | 0.30 | 0.60 | 0.90 | 0.6 | 0.9 | 1.00 |

**Tabla 2.** Particiones borrosas de las características que definen a un estudiante

En la Tabla 3 se muestra un escenario prototípico de ejemplos que proporciona el experto; los ejemplos se numeran por letras del Alfabeto. Cada ejemplo se representa a través de un prototipo borroso triangular, que se obtiene de la agregación de sus características (promedio borroso). Cada prototipo borroso está representado por un número borroso triangular cuyos parámetros se definen por la letras $a$,$b$ y $c$. $a$ y $c$ representan los extremos izquierdo y derecho del soporte; $b$ el centro del mismo.

| Ejemplo | Complejidad | Cognitivo | Interpretabilidad | Prototipo borroso | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | a | b | c |
| A | Alta | Alta | Alta | 0.56 | 0.81 | 1.00 |
| B | Alta | Alta | Regular | 0.46 | 0.71 | 0.96 |
| C | Alta | Regular | Alta | 0.48 | 0.73 | 0.91 |
| D | Regular | Alta | Alta | 0.46 | 0.71 | 0.90 |
| E | Alta | Regular | Regular | 0.38 | 0.63 | 0.88 |
| F | Regular | Alta | Regular | 0.36 | 0.61 | 0.86 |
| G | Regular | Regular | Alta | 0.38 | 0.63 | 0.81 |
| H | Baja | Regular | Alta | 0.28 | 0.53 | 0.71 |
| I | Alta | Baja | Baja | 0.20 | 0.45 | 0.70 |
| J | Regular | Baja | Regular | 0.20 | 0.45 | 0.70 |
| K | Regular | Baja | Baja | 0.10 | 0.35 | 0.60 |
| L | Baja | Baja | Baja | 0.00 | 0.25 | 0.50 |

**Tabla 3.** Conjunto de ejemplos proporcionados por el experto

**Método para la obtención del modelo borroso** Dada la similitud de los prototipos borrosos podría existir solapamiento entre los mismos. En este trabajo partimos de la hipótesis de que ese solapamiento representa la incertidumbre existente. Con el fin de manipular la incertidumbre, en este trabajo se representan los prototipos a través de conjuntos borrosos de tipo 2 de intervalo. Para determinar el número de prototipos borrosos de intervalo, así como los prototipos borrosos embebidos en los mismos, se hace uso del método propuesto en un trabajo anterior de los autores [23]), y que se describe brevemente a continuación:

1. *Se calcula la similitud existente entre los prototipos borrosos.* En este trabajo se hizo uso de la Ecuación 3 definida por Chen en [24].

$$S(A,B) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{p} |a_i - b_i|}{p} \tag{3}$$

   Donde: $A$ y $B$ son números borrosos triangulares; $a_i$ y $b_i$ son los parámetros de los números borrosos; $p$ es el número de parámetros de cada número borroso.
   Se crea una matriz de similitud cuadrática con la similitud entre cada par de prototipos.

2. *Se obtiene el particionamiento de prototipos borrosos (tipo 1 y tipo 2) que conformarán el modelo.* A partir de la matriz de similitud y de acuerdo al umbral de similitud determinado por el usuario, se agrupan los prototipos borrosos de máxima similitud como un solo objeto. Se calcula la similitud del objeto compuesto (prototipos agrupados) con cada uno de los prototipos restantes.
   Supóngase que $E$ y $F$ son los prototipos borrosos con la máxima similitud (94 %), por lo que se agrupan para formar un objeto (E,F). Para calcular la similitud del objeto compuesto (E,F), con el prototipo $D$ se realiza el siguiente proceso:

   Se obtienen las similitudes individuales del objeto compuesto (E,F) con D.
   min[(E,D),(F,D)]=min(0.94,0.87)=0.94

   De la misma manera se calculan las similitudes entre el objeto compuesto con el resto de los prototipos hasta que la similitud entre los grupos es menor al umbral definido por el usuario. De esta forma se obtienen los prototipos que conformarán el modelo.
3. *Se determina el límite superior (UMF-Upper Membership Function) e inferior (LMF-Low Membership Function) de cada prototipo borroso de intervalo*, a través de la t-norma min y la t-conorma max.
   Sean $a$ y $b$ los extremos izquierdo y derecho del soporte del número borroso triangular que representa al prototipo borroso; y $c$ su centro. El UMF y el LMF se obtienen a través de las Ecuaciones 4 y 5.

$$UMF = \{min(a_i), min(c_i), max(c_i), max(b_i)\} \tag{4}$$

$$LMF = \{max(a_i), min(b_i), p\} \tag{5}$$

   Para calcular el centro del LMF se hace uso de la técnica propuesta por Liu-Mendel en [25].
   Con el uso de las Ecuaciones 4 y 5 se obtiene un UMF, que estará definido por un número borroso trapezoidal y, un LMF definido por un conjunto borroso triangular.

Aplicando el método antes descrito se obtiene el modelo modelo borroso (ver Tabla 4), que está conformado por 3 prototipos borrosos de tipo 2. Este modelo se obtuvo a partir de los ejemplos proporcionados por el conocimiento experto.

| Prototipos borrosos embebidos | Etiqueta Lingüística | UMF | | | | LMF | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | a | b | c | d | a | b | c |
| (A(B(C,D))) | Alto | 0.46 | 0.71 | 0.81 | 1.00 | 0.56 | 0.75 | 0.90 |
| ((E,F)G)(H,(I,J)) | Promedio | 0.20 | 0.45 | 0.63 | 0.88 | 0.38 | 0.54 | 0.70 |
| (K,L) | Bajo | 0.00 | 0.25 | 0.35 | 0.60 | 0.10 | 0.30 | 0.50 |

**Tabla 4.** Prototipos borrosos representados a través de números borrosos de intervalo

### 3.3. Evaluación de una nueva situación

Cada nueva estimación del rendimiento académico comienza con la introducción por parte del usuario (profesor) de los valores de las características que definen a cada estudiante. Dada la situación S definida por: S=[0.5,0.65,0.85] cuyas características son: Complejidad 0.5, Capacidad Cognitiva 0.65, Capacidad para solucionar problemas 0.85.

Para obtener el valor que representará a la nueva situación $S$' se hace uso de la ecuación 6, que tiene asociado un vector de pesos $W = (w_1, ..., w_n)$ tal que $w_i \in [0,1]$, $1 \leq i \leq n$, $W = \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$. Para este ejemplo, el vector de pesos es establecido por el conocimiento experto y está definido por $w = \{0{,}30, 0{,}50, 0{,}20\}$.

$$S = \sum_{i=1}^{n} s_i * w_i \tag{6}$$

Donde: $s_i$ es la característica $i$ de la situación, $w_i$ es el peso correspondiente a la característica $i$.

De este modo, la situación estará definida por: $S = 0{,}64$. Se calcula su pertenencia con los prototipos borrosos definidos en la Tabla 5, y finalmente se describe la estimación real del rendimiento del estudiante $S$. De acuerdo con la Tabla 5, el estudiante resolverá correctamente los problemas al segundo intento, la probabilidad de que el problema sea correcto será de 0.79, y la probabilidad de que use las habilidades asociadas en cada problema será de 0.71.

| Características de $S$ | | | | Pertenencia | | | Predicción | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Complejidad | Cognitivo | Cap. solución | S | $\mu_{Bajo}$ | $\mu_{Promedio}$ | $\mu_{Alto}$ | intentos | cpi | aprendizaje |
| 0.5 | 0.65 | 0.85 | 0.64 | 0 | 0.66 | 0.57 | 2 | 0.79 | 0.71 |

**Tabla 5.** LMF y UMF de la situación con los prototipos afines

## 4. Conclusiones

En este trabajo se hace uso del concepto de prototipo para representar los comportamientos académicos estudiantiles. Se obtienen representaciones borrosas de los prototipos a partir de ejemplos proporcionados por el conocimiento experto. Las representaciones borrosas de los prototipos se llevan a cabo a través de conjuntos borrosos de intervalo, dada su capacidad para manipular la imprecisión. El term-set de prototipos borrosos (tipo 1 y tipo 2) que conformará el modelo se obtiene agrupando los prototipos borrosos (tipo 1) de mayor similitud que se encuentren dentro del umbral de similitud definido por el usuario. Se hace uso de los operadores min-max para definir el UMF y el LMF de cada uno de los prototipos borrosos de intervalo.

## Referencias

1. Fayyad, U., Piatetsky-Shapiro, G., Smyth, P.: The kdd process for extracting useful knowledge from volumes of data. Communication of the ACM **39**(11) (November 1996) 27–34
2. Olivas, J.A.: Contribución a un estudio experimental de predicción basada en Categorías Deformables Borrosas. Tesis de doctorado, Universidad de Castilla-La Mancha (2000)
3. Fuhrmann, G.: Note on the integration of prototype theory and fuzzy-set theory. Synthese **86**(1) (1991) 1–27
4. Lesot, M.J., Rifqi, M., Bouchon-Meunier, B.: Fuzzy prototypes: From a cognitive view to a machine learning principle. In H. Bustince, F.H., Montero, J., eds.: Fuzzy Sets and Their Extensions: Representation, Aggregation and Models. (2007) 431–452
5. Bouchon-Meunier, B., Rifqi, M., Lesot, M.J.: Similarities in fuzzy data mining: From a cognitive view to real-world applications. In Zurada, J.M., Yen, G.G., Wang, J., eds.: Computational Intelligence: Research Frontiers. Volume 5050 of Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg (2008) 349–367
6. Foo, N., Low, B.T.: A note on prototypes, convexity and fuzzy sets. Studia Logica **90**(1) (2008) 125–137
7. Rifqi, M.: Cognition-inspired fuzzy modelling. In Liu, J., Alippi, C., Bouchon-Meunier, B., Greenwood, G., Abbass, H., eds.: Advances in Computational Intelligence. Volume 7311 of Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg (2012) 166–184
8. Rosch, E.: Cognitive representations of semantic categories. Experimental Psychology **104**(3) (1975) 192–233
9. Zadeh, L.A.: A note on prototype theory and fuzzy sets. Cognition **12**(3) (1982) 291 – 297

10. Rodríguez, I.G., Lawry, J., Baldwin, J.F.: An iterative fuzzy prototype induction algorithm. In Mira, J., Álvarez, J.R., eds.: Computational Methods in Neural Modeling. Volume 2686 of Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg (2003) 286–293
11. Bremermann, H.J.: Pattern recognition. Systems Theory in the Social Sciences (1976) 116–159
12. Nguyen, H.T., Kreinovich, V., Wu, B., Xiang, G.: Computing under interval uncertainty: General algorithms. In: Computing Statistics under Interval and Fuzzy Uncertainty. Volume 393 of Studies in Computational Intelligence. Springer Berlin Heidelberg (2012) 35–45
13. Bojadziev, G., Bojadziev, M.: Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications. Volume 5. World Scientific Publishing Company (1995)
14. Wang, H.Y., Chen, S.M.: New methods for evaluating the answerscripts of students using fuzzy sets. In Ali, M., Dapoigny, R., eds.: Advances in Applied Artificial Intelligence. Volume 4031 of Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin Heidelberg (2006) 442–451
15. Mezei, J., Wikström, R.: Aggregation operators and interval-valued fuzzy numbers in decision making. In Rocha, A., Correia, A.M., Wilson, T., Stroetmann, K.A., eds.: Advances in Information Systems and Technologies. Volume 206 of Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer Berlin Heidelberg (2013) 535–544
16. Dubois, D., Prade, H.: Interval-valued fuzzy sets, possibility theory and imprecise probability. In: Proceedings of International Conference in Fuzzy Logic and Technology. (2005) 314–319
17. Neumaier, A.: Clouds, fuzzy sets and probability intervals. Reliable Computing **10**(4) (2004) 249–272
18. Gorzałczany, M.B.: A method of inference in approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems **21**(1) (1987) 1 – 17
19. Gorzalczany, M.B.: An interval-valued fuzzy inference method— some basic properties. Fuzzy Sets and Systems **31**(2) (1989) 243 – 251
20. Yao, Y.Y., Wang, J.: Interval based uncertain reasoning using fuzzy and rough sets. In: Department of Electrical Engineering, Duke University. (1997)
21. Karnik, N., Mendel, J.: Introduction to type-2 fuzzy logic systems. In: Fuzzy Systems Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on. Volume 2. (May 1998) 915–920
22. Mendel, J.M., Bob, R.I.: Type-2 fuzzy sets made simple. IEEE Transactions on fuzzy systems **10**(2) (2002) 117–127
23. Vázquez, M.R., Romero, F.P., Ruiz-Vanoye, J., Olivas, J.A., Serrano-Guerrero, J.: An extension of fuzzy deformable prototypes for predicting student performance on web-based tutoring systems. In: 16th World Congress of the International Fuzzy Systems Association (IFSA) and 9th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT). (2015) 556–563
24. Chen, S.M.: New methods for subjective mental workload assessment and fuzzy risk analysis. Cybernetics and Systems **27**(5) (1996) 449–472
25. Liu, F., Mendel, J.M.: An interval approach to fuzzistics for interval type-2 fuzzy sets. In: Fuzzy Systems Conference, 2007. FUZZ-IEEE 2007. IEEE International. (2007) 1–6