

Una Comparativa de Modelos de Decisión Multi-Criterio Difusos

Blanca Ceballos, María Teresa Lamata, David Pelta
{bceballos, mtl, dpelta}@decsai.ugr.es

Depto. de Ciencias de la Computación e IA.
ETSI Informática y de Telecomunicación.
Universidad de Granada

Abstract. En este trabajo se comparan los rankings producidos por una serie de métodos multicriterio sobre matrices de decisión generadas aleatoriamente. Específicamente, se analizan los métodos MULTIMOORA, TOPSIS y VIKOR (con $v = 0, 0.5, 1$) donde las valoraciones están expresadas mediante números difusos triangulares. Mediante el índice de correlación de Spearman haremos un análisis de similitud de los rankings para estudiar la relación entre estos métodos. Observamos que los métodos se pueden agrupar en dos bloques: en el primero se encuentran dos de las tres variantes de VIKOR (los relativos a $v = 0$ y $v = 0.5$) mientras que en el otro aparecen TOPSIS, MULTIMOORA y VIKOR (con $v = 1$).

1 Introducción

Los modelos de Decisión Multi-Criterio (MCDM) son modelos matemáticos de gran ayuda en el ámbito de la toma de decisiones, ya que hacen este proceso al decisor más fácil y objetivo. Como se puede ver en la revisión [8], estos modelos han sido aplicados en las dos últimas décadas en distintas áreas de trabajo.

El objetivo de los MCDM es obtener un orden o ranking del conjunto de alternativas. Para obtener este ranking, el conjunto de alternativas ha de estar bien definido, y éstas se evalúan conforme a unos criterios que también han de estar bien determinados. Como un criterio puede ser más relevante que otro, a cada criterio se le asigna un peso o valor para poder hacer esta distinción. Con estos parámetros, el MCDM actúa sobre cada alternativa, y según esta evaluación se establece el ranking final.

En ocasiones, los datos con los que se trabaja pueden ser vagos, imprecisos o lingüísticos. Para poder trabajar con este tipo de datos se hace necesario aplicar técnicas de Soft Computing. En concreto, nosotros trabajaremos con técnicas de Conjuntos Difusos [6] [7] [15].

En este trabajo, consideramos que los valores en la matriz de decisión son números difusos mientras que los resultados de la operación de un determinado MCDM puede ser una solución difusa, real, o una variable lingüística [3]. Nosotros al querer obtener un ranking, hemos optado por la solución real.

Existen en la literatura distintos MCDM, como AHP [11], PROMETHEE [2], ELECTRE [10], etc. En este trabajo nos centraremos en MULTIMOORA [1], TOPSIS [14] y VIKOR [9]. MULTIMOORA aplica operadores de agregación para evaluar cada alternativa, mientras que TOPSIS y VIKOR miden las distancias de cada alternativa a soluciones ideales.

A la hora de aplicar un MCDM a un determinado problema, podría surgir la duda de qué método escoger. Este tema es de gran controversia y se estudia en la literatura desde hace décadas [12][13]. Sabemos que dependiendo del MCDM aplicado, la solución puede ser diferente, sucediendo esto en los casos en los que tenemos alternativas que están muy próximas. Por ello, buscamos realizar un estudio comparativo de los tres métodos mencionados para entender mejor las semejanzas y diferencias entre ellos, y con ello poder ayudar al decisor en su tarea de elección.

Para realizar esta comparación de los métodos mencionados, se procede de la siguiente manera. En primer lugar, se ha generado un conjunto de 1000 matrices (valores aleatorios). Seguidamente se les han aplicado los métodos MULTIMOORA, TOPSIS y VIKOR, y como resultado cada modelo nos ha dado un ranking. El último paso ha sido el análisis de estos rankings, midiendo su correlación mediante el índice de Spearman.

El trabajo se estructura de la siguiente manera: en la Sección siguiente se describen brevemente los MCDM cuando los datos son difusos. En la Sección 3 se expone cómo se han obtenido los resultados del experimento que hemos llevado a cabo y la discusión. Y por último, en la Sección 4 se detallan las conclusiones de este trabajo.

2 Modelos de decisión multi-criterio difusos

Como comentamos anteriormente, en este trabajo vamos a aplicar técnicas de Conjuntos Difusos para poder tratar con datos imprecisos o lingüísticos en MCDM. Éstos pueden ser aplicados de dos formas: una es representando valores de variables lingüísticas cuando el dominio del criterio es cualitativo, y la otra es la entrada directa de un valor cuantitativo, en el que el valor es vago o aproximado.

Dentro de los números difusos nosotros nos vamos a centrar en los números triangulares. Un número difuso triangular [6] [7] [15] queda definido por una tripleta $\tilde{A} = (a, b, c)$, y su función de pertenencia se recoge en (1) y su representación gráfica en (Fig. 1):

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (x - a)/(b - a) & \text{si } a \leq x \leq b \\ (c - x)/(c - b) & \text{si } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{si } x \notin [a, c] \end{cases} \quad (1)$$

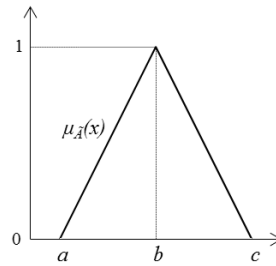


Fig. 1. Función de pertenencia de un número difuso triangular.

Los métodos de decisión que tratamos utilizan las operaciones difusas que se muestran a continuación. Siendo $\tilde{A} = (a, b, c)$ y $\tilde{B} = (d, e, f)$ dos números difusos triangulares:

$$\text{Suma : } \tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a + d, b + e, c + f) \tag{2}$$

$$\text{Resta : } \tilde{A} \ominus \tilde{B} = (a - f, b - e, c - d) \tag{3}$$

$$\text{Multiplicación : } \tilde{A} \otimes \tilde{B} = (a * d, b * e, c * f) \tag{4}$$

$$\text{Multiplicación por un escalar : } \tilde{A} * k = (a * k, b * k, c * k) \tag{5}$$

$$\text{División : } \tilde{A} \oslash \tilde{B} = (a/f, b/e, c/d) \tag{6}$$

$$\text{Distancia : } d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{1/3[(a - d)^2 + (b - e)^2 + (c - f)^2]} \tag{7}$$

La matriz de decisión para un MCDM consta de los siguientes elementos: las filas representan las m alternativas a evaluar, normalmente denotadas como A_1, A_2, \dots, A_m ; las columnas corresponden a los n criterios con los que se van a evaluar dichas alternativas, que normalmente se denotan como C_1, C_2, \dots, C_n . Como un criterio puede ser más importante en la evaluación que otro, a cada criterio se le asigna un valor o peso, w_1, w_2, \dots, w_n , respectivamente. Con todos estos datos, la matriz de decisión queda recogida en la Tabla 1, donde $\tilde{X}_{ij} = (x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3})$ representa el número difuso triangular correspondiente a los valores de la i -ésima alternativa para el j -ésimo criterio, con $i=1,2,\dots,m$ y $j=1,2,\dots,n$. Cabe destacar que aunque los pesos también pueden ser números difusos triangulares, por simplicidad para este trabajo los hemos considerado como valores crisp.

En términos simples, los modelos de decisión multi-criterio procesan la matriz de decisión, compuesta por los m vectores n dimensionales asociados a las

MCDM	w_1 C_1	w_2 C_2	...	w_n C_n
A_1	\tilde{X}_{11}	\tilde{X}_{12}	...	\tilde{X}_{1n}
A_2	\tilde{X}_{21}	\tilde{X}_{22}	...	\tilde{X}_{2n}
...	\tilde{X}_{ij}	...
A_m	\tilde{X}_{m1}	\tilde{X}_{m2}	...	\tilde{X}_{mn}

Tabla 1. Matriz de decisión de un MCDM.

alternativas. Una vez procesada esta información según un determinado MCDM, se obtendrá un resultado para cada alternativa. Finalmente, las alternativas son ordenadas en función de esta evaluación según el modelo que se aplique.

Como ya se ha comentado, en este trabajo vamos a comparar MULTIMOORA, TOPSIS y VIKOR. A continuación se describe los pasos principales de cada uno de ellos.

2.1 Método MULTIMOORA

Este modelo obtiene el ranking en base a tres índices de ordenación diferentes:

1.- **“Ration system”**: calcula los valores normalizados como:

$$\tilde{x}_{ij}^* = (x_{ij1}^*, x_{ij2}^*, x_{ij3}^*) \text{ donde}$$

$$x_{ijk}^* = w_j * x_{ijk} / \sqrt{1/3 * \sum_{i=1}^m [(x_{ij1})^2 + (x_{ij2})^2 + (x_{ij3})^2]} \quad (8)$$

con $k=1,2,3$, w_j corresponde al peso del j -ésimo criterio, $i=1,2,\dots,m$ y $j=1,2,\dots,n$. Seguidamente para cada alternativa se calcula $\tilde{y}_i^* = (y_{i1}^*, y_{i2}^*, y_{i3}^*)$ como:

$$\tilde{y}_i^* = \sum_{j=1}^g \tilde{x}_{ij}^* \otimes \sum_{j=g+1}^n \tilde{x}_{ij}^* \quad (9)$$

donde $\sum_{j=1}^g \tilde{x}_{ij}^*$ representan los criterios a maximizar y $\sum_{j=g+1}^n \tilde{x}_{ij}^*$ los criterios a minimizar, $g=1,2,\dots,n$.

Por último, para calcular el ranking pasamos a crisp los valores fuzzy \tilde{y}_i^* con la técnica BNP (“Best Nonfuzzy Performance”):

$$BNP_i = \frac{(y_{i3}^* - y_{i1}^*) + (y_{i2}^* - y_{i1}^*)}{3} + y_{i1}^* \quad (10)$$

Una vez defuzzyficado, los valores se ordenan de forma que la mejor alternativa corresponderá al valor más alto.

2.- “Reference point”: de los valores normalizados según (8), se calcula un vector (alternativa) \tilde{r} de referencia, que corresponderá con el $MAX_i(\tilde{x}_{ij})$ si el criterio j -ésimo es a maximizar, o será el $MIN_i(\tilde{x}_{ij})$ si el criterio j -ésimo es a minimizar. Una vez calculado, se aplica la medida Min-Max de Tchebycheff:

$$\min_i(\max_j d(\tilde{r}_j, \tilde{x}_{ij}^*)) \tag{11}$$

donde d es la distancia entre los números difusos según (7). Por último, el ranking se ordena de forma que la mejor alternativa tenga el menor valor.

3.- “Full multiplicative form”: el índice \tilde{U} se calcula aplicando:

$$\tilde{U}_i = (U_{i1}, U_{i2}, U_{i3}) = \frac{\prod_{j=1}^g \tilde{X}_{ij}^{w_j}}{\prod_{j=g+1}^n \tilde{X}_{ij}^{w_j}} \tag{12}$$

siendo $\prod_{j=1}^g \tilde{X}_{ij}^{w_j}$ los criterios a maximizar, y $\prod_{j=g+1}^n \tilde{X}_{ij}^{w_j}$ los criterios a minimizar. Una vez calculado este valor, se defuzzyfica según (10), y la mejor alternativa será la que tiene el mayor valor.

El ranking final de cada alternativa se obtendrá agregando las posiciones de los tres rankings. La mejor alternativa será aquella que tenga menor valor [1].

2.2 Método TOPSIS

Tomando como base [4], hemos implementado TOPSIS para datos difusos del siguiente modo [5] [14]:

Paso 1: se calculan los valores normalizados \tilde{n}_{ij} :

$$\tilde{n}_{ij} = \tilde{X}_{ij} \odot \tilde{M}_j \tag{13}$$

donde $\tilde{M}_j = MAX_i(\tilde{X}_{ij})$ para el criterio j -ésimo, $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, n$.

Paso 2: se ponderan los valores normalizados como $\tilde{v}_{ij} = w_j * \tilde{n}_{ij}$, donde w_j es el peso del j -ésimo criterio.

Paso 3: una vez normalizados y ponderados los valores, se calculan la \tilde{A}^+ (alternativa ideal) y la \tilde{A}^- (alternativa anti-ideal), siendo:

$$\begin{aligned} \tilde{A}^+ &= \{\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_j^+\} \\ \tilde{A}^- &= \{\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_j^-\} \end{aligned} \tag{14}$$

donde $\tilde{v}_j^+ = MAX_i(\tilde{v}_{ij})$ y $\tilde{v}_j^- = MIN_i(\tilde{v}_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, m$ y $j = 1, 2, \dots, n$.

Paso 4: se calculan las distancias según (7) de las alternativas a \tilde{A}^+ y a \tilde{A}^- del siguiente modo:

$$\begin{aligned} d_i^+ &= \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^+), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \\ d_i^- &= \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^-), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{15}$$

Paso 5: se calcula el índice R :

$$R_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-} \tag{16}$$

Por último se ordena el índice R de mayor a menor, siendo la mejor alternativa aquella que tenga el máximo valor de R .

2.3 Método VIKOR

Este modelo ha sido desarrollado para determinar una solución de compromiso a problemas de decisiones cuando los datos son difusos [9]. Los pasos a seguir son:

Paso 1: determinar la $\tilde{f}_j^* = (f_{j1}^*, f_{j2}^*, f_{j3}^*)$ y la $\tilde{f}_j^- = (f_{j1}^-, f_{j2}^-, f_{j3}^-)$ para cada criterio como $\tilde{f}_j^* = MAX_i(\tilde{X}_{ij})$ y $\tilde{f}_j^- = MIN_i(\tilde{X}_{ij})$ si el criterio es de beneficio, y como $\tilde{f}_j^* = MIN_i(\tilde{X}_{ij})$ y $\tilde{f}_j^- = MAX_i(\tilde{X}_{ij})$ si el criterio es de costo, $i=1,2,\dots,m$ y $j=1,2,\dots,n$.

Paso 2: calcular los valores normalizados \tilde{d}_{ij} , $i=1,2,\dots,m$ y $j=1,2,\dots,n$, como

$$\tilde{d}_{ij} = (\tilde{f}_j^* \ominus \tilde{X}_{ij}) / (f_{j3}^* - f_{j1}^-) \tag{17}$$

si el j -ésimo criterio es de beneficio, y como

$$\tilde{d}_{ij} = (\tilde{X}_{ij} \ominus \tilde{f}_j^*) / (f_{j3}^- - f_{j1}^*) \tag{18}$$

si j -ésimo es un criterio de costo.

Paso 3: calcular $\tilde{S}_i = (S_{i1}, S_{i2}, S_{i3})$ y $\tilde{R}_i = (R_{i1}, R_{i2}, R_{i3})$ por las relaciones:

$$\tilde{S}_i = \sum_{j=1}^n (w_j * \tilde{d}_{ij}) \tag{19}$$

$$\tilde{R}_i = MAX_j (w_j * \tilde{d}_{ij}) \tag{20}$$

donde w_j es el peso del j -ésimo criterio.

Paso 4: calcular $\tilde{Q}_i = (Q_{i1}, Q_{i2}, Q_{i3})$ como:

$$\tilde{Q}_i = v(\tilde{S}_i \ominus \tilde{S}^*) / (S_3^- - S_1^*) \oplus (1 - v)(\tilde{R}_i \ominus \tilde{R}^*) / (R_3^- - R_1^*) \tag{21}$$

donde $\tilde{S}^* = MIN_i(\tilde{S}_i)$, $S_3^- = \max_i\{S_{i3}\}$, $\tilde{R}^* = MIN_i(\tilde{R}_i)$, $R_3^- = \max_i\{R_{i3}^r\}$ y $v \in [0, 1]$.

El parámetro v determina el nivel de importancia del índice S . Si $v=0$, entonces el ranking de VIKOR depende de R , el cual calcula la máxima distancia del j -ésimo criterio de la i -ésima alternativa al punto ideal. Si $v=1$, entonces el ranking de VIKOR depende solamente de S , que simplemente

calcula la distancia de los n criterios de la i -ésima alternativa al punto ideal.

Paso 5: por último, obtener el ranking de las alternativas, ordenadas decrecientemente, según el valor crisp de \tilde{Q}_i , $i=1,2,\dots,m$, como:

$$Q_i = (Q_{i1} + 2Q_{i2} + Q_{i3})/4 \quad (22)$$

donde la mejor alternativa será aquella que tenga el menor valor de Q .

En el siguiente apartado se describe el procedimiento de cómo se ha llevado a cabo este estudio, cómo se han analizado los resultados y la discusión sobre éstos.

3 Resultados y discusión

Para realizar los experimentos, se han implementado los modelos MULTIMOORA, TOPSIS y VIKOR en el lenguaje R¹ para datos de entrada difusos.

Para esta comparativa hemos generado un conjunto de datos formado por mil matrices. Cada matriz a su vez está compuesta por las valoraciones relativas a doce alternativas, $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}$ y A_{12} , y a seis criterios, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 y C_6 . Sin pérdida de generalidad y por simplicidad todos los criterios se suponen a maximizar y que $C_1 \succ C_2 \succ C_3 \succ C_4 \succ C_5 \succ C_6$. Con esta condición hemos generado los pesos de forma aleatoria, obteniendo $\{w_1 = 0.3, w_2 = 0.2, w_3 = 0.18, w_4 = 0.16, w_5 = 0.1, w_6 = 0.06\}$. Estos pesos se mantienen fijos para todas las matrices.

Los valores recogidos en la matriz han sido generados aleatoriamente del siguiente modo:

$$\tilde{X}_{ij} = (x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3}) = \begin{cases} x_{ij2} \in \cup[1, 100] \\ x_{ij1} \in x_{ij2} - \cup(1, 10) * x_{ij2}/100 \\ x_{ij3} \in x_{ij2} + \cup(1, 10) * x_{ij2}/100 \end{cases}$$

con $i=1,2,\dots,m$ y $j=1,2,\dots,n$. Esto se ha ejecutado para cada número difuso, obteniendo así cada matriz de decisión.

Además, se ha forzado que las dos primeras alternativas tengan los valores más altos para el primer criterio, y en el resto de criterios valores inferiores al primer criterio. Para la tercera y cuarta alternativa se ha forzado que los valores más altos estén en el segundo criterio, y en el resto de criterios tengan valores inferiores. Así sucesivamente hasta que las alternativas onceava y duodécima tienen los valores más altos para el sexto criterio, y el resto de criterios tendrán valores más bajos que este criterio.

Una vez se han generado las mil matrices, el siguiente paso ha sido aplicarle el modelo MULTIMOORA, el modelo TOPSIS y el modelo VIKOR. Este último requiere la definición de un parámetro adicional $v \in [0, 1]$ (mirar Paso 4 en la

¹ www.r-project.org

Modelo	Abreviatura
MULTIMOORA	M1
TOPSIS	M2
VIKOR($v=0$)	M3
VIKOR($v=0.5$)	M4
VIKOR($v=1$)	M5

Tabla 2. Abreviaturas asignadas a cada modelo.

descripción de VIKOR). Hemos considerado $v = \{0, 0.5, 1\}$ (para obtener los órdenes según el índice R , el índice Q y el índice S , respectivamente).

La Tabla 2 recoge las abreviaturas asignadas a cada método para facilitar la descripción de los resultados.

De esta forma se han obtenido cinco rankings diferentes para cada matriz. Para medir la coincidencia entre pares de rankings, se ha utilizado el índice de correlación de Spearman, el cual indica que el ranking es muy similar si su valor es próximo a 1, que no existe correlación entre los rankings si el valor es próximo a 0, o que el ranking es invertido si el valor es próximo a -1.

Este proceso se ha realizado para las mil matrices, y para los valores obtenidos de los índices de correlación de los tres modelos de estas mil matrices se ha calculado la media y la desviación típica.

En la Tabla 3 se encuentran los valores de la media de los índices de correlación en la matriz triangular superior, y los valores de la desviación típica en la matriz triangular inferior. Como se puede observar en esta Tabla, los modelos que dan rankings muy similares en promedio son TOPSIS y MULTIMOORA. Esto se contrasta con que el valor de la desviación típica es el más bajo para este par, 0.018. Por el contrario, los modelos que dan rankings más dispares son MULTIMOORA y VIKOR($v = 0$).

La Figura 2 muestra un diagrama de cajas, construidas a partir de los índices de correlación de los rankings sobre las 1000 matrices, ordenadas en base a la mediana. Se muestran también los “outliers”.

En ella se puede apreciar que el par $M2 - M5$ (TOPSIS y VIKOR($v=1$)) el valor de mediana es 0.985 muy cercano a 1, y su desviación típica 0.018. estos valores nos están indicando por tanto, que la salida de ambos métodos es prácticamente la misma para todos los casos.

	M1	M2	M3	M4	M5
M1	-	0.864	0.681	0.798	0.849
M2	0.075	-	0.721	0.882	0.985
M3	0.184	0.161	-	0.919	0.725
M4	0.126	0.086	0.057	-	0.887
M5	0.082	0.018	0.155	0.08	-

Tabla 3. Valores de la media de los índices de correlación en la matriz triangular superior, y valores de la desviación típica en la matriz triangular inferior.

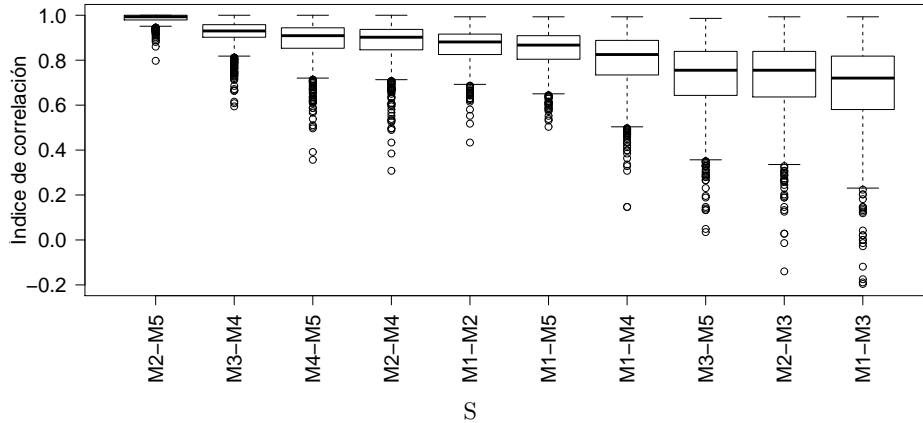


Fig. 2. Diagrama de cajas de los índices de correlación de las 1000 matrices.

El siguiente par de métodos con la coincidencia más alta es el $M3 - M4$ (VIKOR con parámetros $v = 0, v = 0.5$) con casi todos los valores con un nivel de correlación mayor a 0.8.

En el otro extremo, los métodos $M1 - M3$ (MULTIMOORA y VIKOR con $v = 0$) muestran que el nivel de coincidencia depende fuertemente de los datos de entrada. Se puede observar que los resultados varían en el rango $[-0.2, 1]$ con lo cual se puede considerar que los rankings que devuelven ambos algoritmos son diferentes (en cualquier caso la mediana es aprox. 0.8).

Finalmente, en la Figura 3 se muestran los valores promedios del índice de correlación como un mapa de calor. En este mapa los valores son simétricos, y los tonos más claros corresponden a valores mayores, es decir, valores cercanos a 1 (nótese el color de la diagonal es blanco), y los tonos más oscuros corresponden a valores menores del índice de correlación y por tanto indicaran una menor coincidencia entre rankings.

Se pueden destacar dos características relevantes. La primera se comentó antes y está referida al alto nivel de correlación promedio entre $M2 - M5$. La segunda, surge de observar la fila/columna etiquetada como $M3$ (VIKOR, con $v = 0$). Se puede concluir que $M3$ es “diferente” en el sentido que los rankings que produce muestran un nivel de correlación bajo con los producidos por el resto de métodos (incluso con las otras variantes de VIKOR).

La Figura 3 también muestra un dendrograma que permite apreciar claramente las relaciones de agrupación entre los métodos. Vemos que agrupa los modelos $M2$ y $M5$, y estos dos con $M1$ y por otro lado agrupa $M3$ con $M4$.

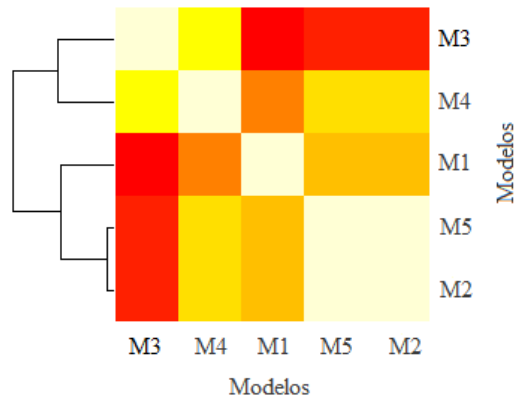


Fig. 3. Valores promedio del índice de correlación mostrados como mapa de calor. Se muestra también un dendrograma con la agrupación de métodos resultante.

4 Conclusiones

En este artículo se ha llevado a cabo la comparativa de tres diferentes MCDM para datos difusos: MULTIMOORA, TOPSIS y VIKOR, tomando para VIKOR $v = 0$, $v = 0.5$ y $v = 1$, o lo que es lo mismo, se han obtenido los rankings según los índices S , R y Q en VIKOR.

De esta comparativa cabe destacar dos puntos. En primer lugar, que TOPSIS y VIKOR ($v = 1$) son los modelos con mayor similitud. Ésto es debido a que el índice S de VIKOR, es decir, (VIKOR ($v = 1$)), opera teniendo en cuenta la suma de los valores normalizados, mientras que el índice R sólo tiene en cuenta el valor máximo. En consecuencia, se justifica que los rankings de S y TOPSIS sean los mismos. Por el contrario, los modelos que han tenido mayor discrepancia han sido MULTIMOORA y VIKOR ($v = 0$).

En segundo lugar, y para el conjunto de datos con el que hemos trabajado aquí, se puede concluir que no tiene sentido utilizar simultáneamente TOPSIS y VIKOR ($v = 1$), ya que dan resultados similares. Por otro lado, se muestra claramente que el parámetro v de VIKOR es un factor crítico en el comportamiento del método. La utilización de $v = 0$ o $v = 0.5$ permite obtener resultados con mayor similitud que la que se obtiene frente a otros métodos. Por otro lado, la utilización de $v = 1$ obtiene resultados similares a MULTIMOORA y TOPSIS.

5 Agradecimientos

Esta trabajo está parcialmente apoyado por los proyectos TIN2014-55024-P, del Ministerio de Ciencia e Innovación, y por P11-TIC-8001 de la Junta de Andalucía (incluyendo fondos FEDER). Además, Blanca Ceballos goza de una beca FPI del mismo Ministerio, asociada al proyecto TIN2011-27696-C02-01.

References

1. T. Baležentis and A. Baležentis. A Survey on Development and Applications of the Multi-criteria Decision Making Method MULTIMOORA. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 21(3-4):209–222, 2014.
2. J.P. Brans, Ph. Vincke, and B. Mareschal. How to select and how to rank projects: The Promethee method. *European Journal of Operational Research*, 24(2):228–238, 1986.
3. E. Cables, M.S. García-Cascales, and M.T. Lamata. The LTOPSIS: An alternative to TOPSIS decision-making approach for linguistic variables. *Expert Systems with Applications*, 39(2):2119–2126, 2012.
4. M.S. García-Cascales and M.T. Lamata. On rank reversal and TOPSIS method. *Mathematical and Computer Modelling*, 56(5):123–132, 2012.
5. M.S. García-Cascales, M.T. Lamata, and J.M. Sánchez-Lozano. Evaluation of photovoltaic cells in a multi-criteria decision making process. *Annals of Operations Research*, 199(1):373–391, 2012.
6. R.E. Giachetti and R.E. Young. A parametric representation of fuzzy numbers and their arithmetic operators. *Fuzzy sets and systems*, 91(2):185–202, 1997.
7. G. Klir and B. Yuan. *Fuzzy sets and fuzzy logic*, volume 4. Prentice Hall New Jersey, 1995.
8. A. Mardani, A. Jusoh, and E.K. Zavadskas. Fuzzy multiple criteria decision-making techniques and applications - Two decades review from 1994 to 2014. *Expert Systems with Applications*, 42(8):4126–4148, 2015.
9. S. Opricovic. Fuzzy VIKOR with an application to water resources planning. *Expert Systems with Applications*, 38(10):12983–12990, 2011.
10. B. Roy and J.C. Hugonnard. Ranking of suburban line extension projects on the Paris metro system by a multicriteria method. *Transportation Research Part A: General*, 16(4):301 – 312, 1982.
11. T.L. Saaty. How to make a decision: The analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, 48(1):9–26, 1990.
12. E. Triantaphyllou. *Multi-criteria decision making methods: a comparative study*, volume 44. Springer Science & Business Media, 2013.
13. E. Triantaphyllou and S.H. Mann. An examination of the effectiveness of multi-dimensional decision-making methods: a decision-making paradox. *Decision Support Systems*, 5(3):303–312, 1989.
14. T.C. Wang and T.H. Chang. Application of TOPSIS in evaluating initial training aircraft under a fuzzy environment. *Expert Systems with Applications*, 33(4):870 – 880, 2007.
15. L.A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3):338–353, 1965.